CONECTIVOS LÓGICOS

(Conjunciones gramaticales además el adverbio de negación ***«no»***) LLamados también operadores o constantes , son los términos básicos de enlace entre proposiciones lógicas simples , siendo las principales ***«y»***, ***«o»***, ***«si.......entonces...»***, ***«.......si sólo si......»***

Según el conectivo lógico presente que posea mayor jerarquía dentro de la proposición compuesta , esta adopta el nombre respectivo del conectivo , sean ***«p»*** y ***«q»*** proposiciones luego los más conocidos , serán

Símbolo Conector Lógico	Operación Lógica	Esquema	Significado
$\wedge$	Conjunción	$p\wedge q$	p y q
$\vee$	Disyunción	$p\vee q$	p o q
Δ	Disyunción exclusiva	$p\Delta q$	o p o q
$\rightarrow$	Condicional	$p\rightarrow q$	si p entonces q
$\leftrightarrow$	Bicondicional	$p\leftrightarrow q$	p si y sólo si q
$\sim$	Negación	$\sim p$	no p
$/$	Negación alterna	p/q	no p o no q
$\downarrow$	Negación conjunta	$p\downarrow q$	ni p ni q

ESQUEMA MOLECULAR

(FÓRMULA PROPOSICIONAL)

Es una fórmula lógica que resulta de la combinación de variables proposicionales , constantes lógicas y signos de agrupación ; siempre y cuando sea una fórmula bien formada (es decir que no presente ambigüedad).

EJEMPLO :

$(p\leftrightarrow q)\wedge(r\rightarrow s)$, es una esquema molecular .

Un esquema molecular posee un correspondiente valor de verdad para los valores dados en cada variable proposicional. El número de resultados en general proviene de las combinaciones de los valores de verdad de cada variable proposicional, a través de una tabla de verdad, si estas fuesen ***«n»*** existen 2^n combinaciones, donde **2** es una constante que representa que cualquier variable puede ser ***V*** ó ***F***.

p
V
F

** Para 1 proposición*

$2^n = 2^1 = 2$ *valores*

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

** Para 2 proposiciones*

$2^n = 2^2 = 4$ *valores*

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

** Para 2 proposiciones*

$2^n = 2^2 = 4$ *valores*

FORMALIZACION DE PROPOSICIONES

Toda proposición compuesta o todo argumento ya sea natural o científico se puede formalizar, para ello hay que distinguir las proposiciones simples que la forman y los términos de enlace que las une , a las proposiciones simples se las reemplaza con una letra que puede ser mayúscula o minúscula y al término de enlace llamado conector lógico con un símbolo convencional.

EJEMPLO :

$$\underbrace{\textit{El sol es una estrella}}_{p}\ \underset{\wedge}{\boxed{y}}\ \underbrace{\textit{la tierra es un planeta}}_{q}$$

Formalización : $p\wedge q$

I) NEGACIÓN DE UNA PROPOSICIÓN $(\sim)$:

Son aquellas proposiciones que hacen uso del adverbio negativo ***NO*** o sus expresiones equivalentes .

La negación consiste en cambiar el valor de verdad que tiene una proposición .

Si la proposición es ***«p»*** , su negación se denota por «$\sim p$» y se lee: ***«no p»*** , «es falso que ***p***».

En general , la negación puede reducirse a la palabra ***NO*** a la que simbolizaremos mediante ***(~)*** .

Las diferentes posibilidades las podemos esquematizar en una tabla , denominada tabla de verdad.

EJEMPLO :

p	$\sim p$
V	F
F	V

Si una proposición es verdadera su negación es falsa y si una proposición es falsa su negación será verdadera.

Otras formas gramaticales equivalentes a la negación , serán : ***«es absurdo que» , «es inconcebible que» , «no ocurre que» , «no acaece que» , «no es el caso que» , «no es verdadero que», «no es cierto que» , «es una farsa que» , « no es el caso que», «no es imaginable que», «es inadmisible que», «es mentira que», «es falaz que»,...etc.***

II) CONJUNTIVAS ($\wedge$) :

Son aquellas proposiciones que se relacionan mediante la conjunción gramatical copulativa **«y»** o expresiones equivalentes.

***FORMA TÍPICA:* «...y...»**

EJEMPLO :

p : Roxana comió pescado.
q : Roxana se indigestó.

La proposición quedaría:

*«**p**» y «**q**» : Roxana comió pescado y se indigestó*

El valor de verdad de una conjunción será dado por los valores de verdad de las proposiciones que la componen y de acuerdo a la siguiente tabla:

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Se lee :
«***p***» y «***q***»
«***p***» no obstante «***q***»
«***p***» además «***q***»
«***p***» sin embargo «***q***»
«***p***» cada vez que «***q***»
«***p***» pero «***q***»

$p \wedge q$ es verdadera *(V)* únicamente cuando «***p* y *q***» son ambas verdaderas.

Otras formas gramaticales a la conjunción serán

"y" <>
* No sólo" p " también " q "
* " p " del mismo modo" q "
* " p " pero, aunque" q "
* " p " así como" q "
* " p " incluso, inclusive, tal como, al igual que" q "
* " p " así mismo" q "
* " p " ambos a la vez" p " y" q "
* Sin" p " tampoco puede haber" q "
* Tanto" p " como" q "
* Cierto es que" p " lo mismo que" q "
* es compatible" p " con" q "
* Siempre ambos" p " con" q "
* " p " Simultáneamente" q "
* " p " más , al mismo tiempo" q "

Puesto que la conjunción gramatical de dos proposiciones cualesquiera indica la verdad simultánea de ambas , la proposición compuesta resultante es verdadera si efectivamente son verdaderas ambas ; en otros casos , la proposición resultante será falsa.

Mediante la conjunción es posible relacionar tanto proposiciones simples como compuestas , por ejemplo : $p \wedge (\sim q)$

NOTA:

La simbolización $p \wedge q$ es una representación de la «forma» o «estructural» de las frases y no una manera de «escribir la misma frase. La lógica estudia estas formas sin tener en cuenta el contenido de información.

II) DÍSYUNTIVAS ($\wedge$ ó Δ)

Son aquellas proposiciones que se relacionan mediante la conjunción disyuntiva **«o»** o sus expresiones equivalentes . Pueden ser :

A) INCLUSIVA DÉBIL ($\vee$) :

Es aquella en la cual se considera las posibles ocurrencias simultáneas o individuales de sus Componentes .

***FORMA TÍPICA :* «...o...»**

EJEMPLOS :

p : *4 es menor que **7***
q : *4 es igual a **7**.*

La proposición quedaría:

*«**p**» **o** «**q**»: 4 es menor que **7** o igual a **7**.*

El valor de verdad de una disyunción inclusiva será dado por los valores de verdad de las proposiciones que la componen y de acuerdo a la siguiente tabla :

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Se lee :
«***p***» a menos que «***q***»
«***p***» salvo que "***q***"
«***p***» excepto «***q***»
«***p***» o de lo contrario «***q***»
«***p***» o en tal sentido «***q***»
«***p***» y/o «***q***»

$p \vee q$ es falsa *(F)* únicamente cuando «***p* y *q***» son ambas falsas , en los demás casos es verdadera .

EJEMPLO :

$$\underbrace{\text{«4 es menor que 7»}}_{p}\ \textbf{o}\ \underbrace{\text{«4 es igual a 7»}}_{q}$$

* Simbólicamente : $p \vee q$

* Su valor de verdad : $V \vee F = V$ .....(Según tabla)

B) INCLUSIVA FUERTE (△):

Esta disyunción excluye la posibilidad de ocurrencia simultánea de ambas .

*Forma típica : « **o…o…**»*

EJEMPLOS :

* O viajas por tierra o por aire.

* O es blanco o es negro.

$$\boxed{o}\ \underbrace{\text{viajamos a Cusco}}_{p}\ \boxed{o}\ \underbrace{\text{viajamos a Trujillo}}_{q}$$

p	q	$p \triangle q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Se lee :

- *«**p**» no equivale a «**q**»
- *«**p**» no se define como «**q**»
- *«**p**» es diferente a«**q**»
- *ya bien «**p**» ya bien «**q**»
- *ya sea «**p**» ya sea «**q**»
- *«**p**» excluye a «**q**»

Una proposición disyuntiva exclusiva es falsa sólo si sus componentes tienen igual valor veritativo , en caso contrario es verdadero .

III) CONDICIONALES (→) :

Son aquellas proposiciones que se relacionan mediante la conjunción condicional **«si… entonces…»** o sus expresiones equivalentes.

EJEMPLOS :

* Si estudias entonces ingresas.

* Si pago la entrada entonces ingreso al cine .

La proposición condicional consta de dos elementos el ***antecedente*** y el ***consecuente.***

FORMA TÍPICA:

$$\text{* Si } \underset{\text{«causa»}}{\boxed{\textbf{antecedente}}} \text{ entonces } \underset{\text{«efecto»}}{\boxed{\textbf{consecuente}}}$$

$$\text{* Si } \underbrace{\textbf{llueve}}_{\textit{antecedente}} \text{ entonces } \underbrace{\textbf{me mojaré}}_{\textit{consecuente}}$$

El sentido de ***(p → q)*** es señalar que si la proposición antecedente es verdadera , también lo es la proposición consecuente , es decir , basta o es suficiente que el antecedente sea verdadero para que el consecuente también sea verdadero. De aquí que una condicional solo será falsa si el antecedente es verdadero y el consecuente es falso .

Las proposiciones condicionales pueden ser :

A) DIRECTA (→):

Antecedente y consecuente van en ese orden respectivo.

EJEMPLO :

$$\text{Si } \underbrace{\boxed{\textbf{hace frío}}}_{\textit{antecedente}} \textbf{ entonces } \underbrace{\boxed{\textbf{me abrigo}}}_{\textit{consecuente}}$$

El valor de verdad « $p \rightarrow q$ » viene dado en la siguiente tabla :

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Se lee :

- ***si*** *«**p**»entonces «**q**»*
- *«**p**» implica «**q**»*
- *"**p**"dado que "**q**"*
- *«**q**» porque «**p**»*

$p \rightarrow q$ es falsa ***(F)*** únicamente cuando ***«p»*** es verdadera *y* ***«q»*** es falsa.

EJEMPLO :

$$\text{Si: } \underbrace{\text{«4 es menor que 7»}}_{p} \ \underset{\rightarrow}{\text{entonces}}\ \underbrace{\text{«4 es igual a 7»}}_{q}$$

* Simbólicamente : $p \rightarrow q$

Su valor de verdad : $V \rightarrow F = F$.........(Según tabla)

Otras formas gramaticales a la condicional directa, serán :

- **** Siempre......................por consiguiente.........***
- **** Con tal de que.............es obvio........................***
- **** Cuando.......................así pues.......................***
- ****Cada vez que................en consecuencia.........***
- **** Cada vez.......................consiguientemente......***
- **** Con que.........................en este caso................***
- **** En el caso de que...........esto trae consigo.........***
- **** A condición de que.......por eso.......................***
- **** Dado que ....según lo cual.............***
- **** Como quiera que..........por lo cual....................***
- **** En la medida en que.....de allí que.................***
- **** En cuanto.......................por tanto.....................***
- **** Al...................................por el expuesto.............***
- **** De..................................en tal sentido..............***
- **** Una vez que.................luego........................***

- ***Apenas........................naturalmente..............***
- ***Suponiendo que.............es evidente.................***
- ***Ya que............................es un hecho..................***
- ***Todo está en que............bien se ve...................***
- ***la cuestión es que ....deviene......................***
- ***Es suficiente que...........Se concluye................***
- ***En virtud de que............es suficiente.............***
- ***Desde el momento que....da lugar a.................***
- ***Hasta que.....................debe ocurrir...............***
- ***Según...........................lógicamente...............***
- ***Teniendo en cuenta que....es condición suficiente...***

B)INDIRECTA $(\leftarrow)$:

Al consecuente le sigue el antecedente.

EJEMPLO:

$$\underbrace{\textbf{Ingresaste}}_{\substack{consecuente\\ p}} \text{ porque } \underbrace{\textbf{estudiaste}}_{\substack{antecedente\\ q}}$$

Luego : $q \to p$

Sus formas gramaticales son :

- «p», si «q»
- «p» siempre que «q»
- «p» ya «q»
- «p» pues que «q»
- «p» supone que «q»
- «p» porque «q»

IV) BICONDICIONAL $(\leftrightarrow)$:

(ó Doble Implicación):

Son aquellas proposiciones que se relacionan mediante la conjunción compuesta ***«si y sólo si»*** o sus expresiones equivalentes.

El símbolo $\leftrightarrow$ al relacionar dos proposiciones indica que el valor de verdad de ambas es el mismo , ya sea verdadero o falso .

EJEMPLO :

$$\underbrace{\textbf{Es un cuadrilátero}}_{p}\ \underbrace{\textbf{si y sólo}}_{\leftrightarrow}\ \underbrace{\textbf{si tiene 4 lados}}_{q}$$

* Su tabla de verdad , será :

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

$p \leftrightarrow q$ es verdadera (V) únicamente cuando «p» y «q» tienen el mismo valor de verdad

EJEMPLO :

$$\underbrace{\text{"4 es menor 7"}}_{p} \text{ si y sólo } \underbrace{\text{"4 es igual a 7"}}_{q}$$

* Simbolicamente : $p \leftrightarrow q$

* Su valor de verdad: $V \leftrightarrow F = F$......(Según tabla)

SÍMBOLOS AUXILIARES

Son los que se usan para separar las propiedades moleculares de acuerdo a la jerarquía que le da el sentido lógico.

1)PARÉNTESIS( ):para separar proposiciones básicas

EJEMPLO :

Sí hay calor y humedad, entonces hay lluvia: $(p \wedge q) \to r$.

2) CORCHETE [ ]: para separar formas lógicas menores.

EJEMPLO :

Sí hay calor y humedad, entonces hay lluvia siempre y cuando se trate de la región andina: $[(p \wedge q) \to r] \leftrightarrow s$.

3)LLAVES { }: para separar formas lógicas mayores

EJEMPLO :

Es absurdo que ; si hay calor y humedad , entonces hay lluvia siempre y cuando se trate de la sierra : $\sim\{[p \wedge q) \to r] \leftrightarrow s\}$ todo negado.

JERARQUÍA DE CONECTORES LÓGICOS EN FORMA DESCENDENTE

1º) Biimplicador $(\leftrightarrow)$

2º) Disyuntor fuerte (Δ)

3º) Condicional $(\to)$

4º) Conjunción y disyunción $(\wedge \vee)$

5º) Negación $(\sim)$

JERARQUÍA EN EL ESQUEMA MOLECULAR

Dentro de la estructura de un esquema molecular sólo uno de los conectivos lógicos es de mayor jerarquía , el cual va a dar el nombre al esquema molecular. Para ello se debe tener en cuenta el correcto uso de los signos de colección entre las diferentes variables proposicionales

EJEMPLO :

② ③ ④ ① ③ ② ③

$$\{\sim [p \wedge (q \vee r)]\} \rightarrow \{(p \vee q) \leftrightarrow (p \wedge r)\}$$

* La jerarquía es la siguiente :

1) primera jerarquía

(nombre del esquema molecular : condicional)

2) Segunda jerarquía

3) tercera jerarquía

4) cuarta jerarquía

EJEMPLO :

formalizar la siguiente expresión :

> "Es falso que si Mery no compra su vestido entonces no irá al bautizo , además bailará"

Sean :

p : Mery compra su vestido
q : Mery irá al bautizo
r : Mery bailará

Luego : $[\sim (\sim p \rightarrow \sim q)] \wedge r$

El esquema molecular es conjuntiva.

EVALUACIÓN DE ESQUEMAS MOLECULARES

Consiste en obtener el valor o los valores del conjunto lógico de mayor jerarquía a partir de los valores veritativos de cada una de las variables proposicionales.

EJEMPLO :

Evalúe el siguiente esquema

$$(p \wedge \sim q) \quad \vee \quad (q \rightarrow p)$$

p	q	$(p$	$\wedge$	$\sim q)$	$\vee$	$(q$	$\rightarrow$	$p)$
V	V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	V	V	V	V	F	V	V
F	V	F	F	F	F	V	F	F
F	F	F	F	V	V	F	V	F

Matriz principal

TAUTOLOGÍA CONTRADICCIÓN y CONTINGENCIA

TAUTOLOGÍA :

Es todo proposición cuyo valor de verdad es siempre verdadero ***(V)***, para cualquier combinación de los valores de verdad de sus componentes, se le denota por ***«V»***.

EJEMPLO :

La proposición : ***«$p \rightarrow (p \vee q)$»*** es una tautología tal como se puede comprobar en su tabla de verdad:

p	q	p	$\rightarrow$	$(p \vee q)$
V	V	V	V	V
V	F	V	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	V	F
		(2)	↑	(1)

Entonces: « $p \rightarrow (p \vee q)$ » $= V$

CONTRADICCIÓN:

Es toda proposición cuyo valor de verdad es siempre falso ***(F)*** , para cualquier combinación de los valores de verdad de sus componentes. Se le denota por ***F***.

EJEMPLO :

La proposición: «$(p \wedge q) \wedge \sim q$» es una ***CONTRADICCIÓN*** tal como se puede comprobar en su tabla de verdad.

p	q	$(p \wedge q)$	$\wedge$	$\sim q$
V	V	V	F	F
V	F	F	F	V
F	V	F	F	F
F	F	F	F	V

Entonces : « $(p \wedge q) \wedge \sim q$ » $= F$

CONTINGENCIA:

Es toda proposición lógica cuyo valor de verdad tiene al menos un verdadero ***(V)*** y un falso ***(F)***.

EJEMPLO:

La proposición «$(p \vee q) \rightarrow \sim p$» es una contingencia tal como se puede comprobar en su tabla de verdad.

p	q	$(p \vee q)$	$\rightarrow$	$\sim P$
V	V	V	F	F
V	F	V	F	F
F	V	V	V	V
F	F	F	V	V

IMPLICACIÓN LÓGICA

Es aquella condicional de resulta ser una tautología y se denota $p \Rightarrow q$ y se lee *«p implica a q»*

EJEMPLO :

$$(\sim p \vee q) \rightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$$

		A				B		
p	q	(~	p ∨	q)	→	(~ q	→~	p)
V	V	F	V	V	V	F	V	F
V	F	F	F	F	V	V	F	F
F	V	V	V	V	V	F	V	V
F	F	V	V	F	V	V	V	V

Como $(A \rightarrow B)$ es una tautología

* Entonces $A \Rightarrow B$ es una implicación

EQUIVALENCIA LÓGICA

Es aquella bicondicional que resulta ser una tautología y se denota : $p \Leftrightarrow q$

EJEMPLO :

$$(p \wedge \sim q) \rightarrow \sim (\sim p \vee q)$$

		A				B			
p	q	(p	∧	~ q)	↔	~	(~ q	∨	p)
V	V	F	F	F	V	F	F	V	V
V	F	F	V	V	V	V	F	F	F
F	V	V	F	F	V	F	V	V	V
F	F	V	F	V	V	F	V	V	F

Entonces $A \Rightarrow B$ es una equivalencia lógica

PROPOSICIONES LÓGICAMENTE EQUIVALENTES (≡)

Son aquellas que poseen tablas de verdad equivalentes (iguales) siendo posible el uso de una de ellas por la otra , y se denota $p \equiv q$.

EJEMPLO :

A : $(p \rightarrow q)$

B : $\sim q \rightarrow \sim p$

p	q	(p → q)	↔	(~ q	→	~ p)
V	V	V	V	F	V	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V	V

Iguales

$\rightarrow A \equiv B$

Se puede decir también que dos proposiciones son lógicamente equivalentes cuando la proposición bicondicional que las vincula es una tautología , es decir si:

$$(p \Leftrightarrow q) \rightarrow \underbrace{(p \equiv q)}_{\text{Ley lógica}}$$

LEYES DEL ÁLGEBRA PROPOSICIONAL

Son equivalencias lógicas que nos permiten simplificar un problema y expresarlo en forma más sencilla las demostraciones se hacen construyendo la tabla de verdad en cada caso.

PRINCIPALES LEYES :

Como bien dijimos arriba , aquellas fórmulas lógicas que resultan ser siempre verdaderas no importa la combinación de los valores veritativos de sus componentes, son tautologías o leyes lógicas. En el cálculo proposicional existen algunas tautologías especialmente útiles cuya demostración se reduce a la confección de su correspondiente tabla de verdad, a saber:

LEY DE LA IDEMPOTENCIA :

$$\boxed{p \vee p \equiv p} \qquad \boxed{p \wedge p \equiv p}$$

LEY CONMUTATIVA :

$$\boxed{p \vee q \equiv q \vee p} \qquad \boxed{p \wedge q \equiv q \wedge p}$$

$$\boxed{p \leftrightarrow q \equiv q \leftrightarrow p} \qquad \boxed{p \triangle q \equiv q \triangle p}$$

LEY ASOCIATIVA :

$$\boxed{(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)}$$

$$\boxed{(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)}$$

LEY DISTRIBUTIVA :

$$\boxed{p\vee(q\wedge r)\equiv(p\vee q)\wedge(p\vee r)}$$

$$\boxed{p\wedge(q\vee r)\equiv(p\wedge q)\vee(p\wedge r)}$$

LEY DE MORGAN :

$\boxed{\sim(p\vee q)\equiv\sim p\wedge\sim q}$ $\boxed{\sim(p\wedge q)\equiv\sim p\vee\sim q}$

LEY DEL COMPLEMENTO :

$\boxed{p\vee\sim p\equiv V}$ $\boxed{p\wedge\sim p\equiv F}$ $\boxed{\sim(\sim p)\equiv p}$

LEY DE LA IDENTIDAD :

$\boxed{p\vee V\equiv V}$ $\boxed{p\wedge F\equiv F}$

$\boxed{p\vee F\equiv p}$ $\boxed{p\wedge F\equiv F}$

LEY DE LA CONDICIONAL :

$\boxed{p\rightarrow q\equiv\sim p\vee q}$ $\boxed{p\rightarrow q\equiv\sim q\rightarrow\sim p}$

LEY DE LA BICONDICIONAL :

$\boxed{p\leftrightarrow q\equiv(p\rightarrow q)\wedge(q\rightarrow p)}$ $\boxed{p\leftrightarrow q\equiv\sim(p\triangle q)}$

LEY DE ABSORCIÓN :

$\boxed{p\vee(p\wedge q)\equiv p}$ $\boxed{p\wedge(p\vee q)\equiv p}$

$\boxed{p\vee(\sim p\wedge q)\equiv p\vee q}$ $\boxed{p\wedge(\sim p\vee q)\equiv p\wedge q}$

FUNCIÓN PROPOSICIONAL

Es aquel enunciado que contiene una variable y que tiene la propiedad de convertiste en verdadero o falso para cierto valor de la variable. Las funciones proposicionales se pueden representar por: $P_{(x)}$, $Q_{(x)}$, $R_{(x)}$, etc, donde «x» sería la variable.

EJEMPLOS :

$P_{(x)}: x-2>18$

$Q_{(x)}: x^2+4=16$

$R_{(x)}$: «x» es un número primo.

Si en la primera función proposicional $P_{(x)}$ a «x» le damos diferentes valores tendremos :

*Para : $x=10\rightarrow P_{(10)}: 10-2>18$

$8>18$..(FALSO)

* Para : $x=23\rightarrow P_{(23)}: 23-2>18$

$21>18$......................................(VERDADERO)

Como puede verse , dependiendo del valor de la variable podemos obtener resultados diferentes.

CUANTIFICADORES UNIVERSAL y EXISTENCIAL

CUANTIFICADOR UNIVERSAL :

Si a una función proposicional, le anteponemos la expresión «para todo x», estaremos indicando el sentido universal de dicha función proposiconal obteniendo ahora una proposición lógica.

NOTACIÓN :

$$\forall x: P_{(x)} \text{ ó } \forall x/P_{(x)} \text{ ó } (\forall x)\left[P_{(x)}\right]$$

Se lee: «para todo x , tal que , se verifique $P_{(x)}$».

EJEMPLO :

Si tenemos una función proposicional :

$P_{(x)}: x+5>2$ ......(no es proposición lógica), y ahora le agregamos el cuantificador universal «$\forall$».

$\forall x: P_{(x)}$.

$\forall x: x+5>2$.........................(proposiciónal lógica)

Tendremos una proposición lógica , cuyo valor es falso, por que todos los valores de «x» cumplirán la proposición , por ejemplo: para $x=-4$, no cumple. Entonces es falso que para todo «x» , se cumpla : $x+5>2$.

CUANTIFICADOR EXISTENCIAL :

Si a una función proposicional , le anteponemos la expresión «existe un x tal que» , estaremos indicando el sentido existencial (que exista) de dicha función :

NOTACIÓN :

$$\exists x: P_{(x)} \text{ ó } \exists x/P_{(x)} \text{ ó } (\exists x)(P_{(x)})$$

Se lee : «existe un x , tal que , se verifique $P_{(x)}$».

«existe por lo menos un x , tal que , se verifiqué $P_{(x)}$

«al menos un x , verifique $P_{(x)}$».

EJEMPLO :

$P_{(x)}: x-3>10$...................(función proposicional)

$\exists x: P_{(x)}$

$\exists x: x-3>10$..........................(proposición lógica)

para verificar que es una proposición lógica, podemos darnos cuenta que si $x=15$, se cumple la desigualdad, ya hemos encontrado por lo menos un «x», que verifique $p_{(x)}$, por lo tanto es una sición lógica, cuyo valor es verdadero.

GACIÓN DE PROPOSICIONES QUE TIENEN CUANTIFICADORES

Sea la proposición : $\forall x : P(x)$

* Su negación será : $\sim [\forall x : P_{(x)}] \equiv \exists x : \sim P_{(x)}$

De la misma forma , si tenemos la proposición: $\exists x : P_{(x)}$.

* Su negación será : $\sim [\exists x : P_{(x)}] \equiv \forall x : \sim P_{(x)}$

EJEMPLOS :

i) $\exists x : x = 7$

$\sim [\exists x : x = 7] \equiv \forall x : x \neq 7$

ii) $\exists x$: «x» es un número par.

$\sim [\exists x : x$ es un número par $] \equiv \forall x$: «x» no es un número par.

iii) $\forall x : x^2 > 1$

$\sim [\forall x : x^2 > 1] \equiv \exists x : x^2 \leq 1$

Una función proposicional cuantificada universalmente es V si y sólo si son V todas las proposiciones particulares asociadas a aquella. Para asegurar la verdad de una proposición cuantificada universalmente es suficiente que sea verdadera alguna de las proposiciones asociadas a la función proposicional.

Un problema de interés es la negación de funciones proposicionales cuantificadas. Por ejemplo, La negación de *«Todos los enteros son impares»* es *«Existen enteros que no son impares»* y en símbolos: $\exists x / \sim P_{(x)}$

Entonces, para negar una función proposicional cuantificada universalmente se cambia el cuantificador en existencial, y se niega la función proposicional.

EJEMPLO :

Supongamos la proposición :

Todos los alumnos de mi colegio son aplicados.

La vamos a escribir en lenguaje simbólico, negarla y retraducir la negación al lenguaje ordinario.

Nos damos cuenta pronto que se trata de la implicación de dos funciones proposicionales:

$p_{(x)}$: ***es alumno de mi colegio***

$q_{(x)}$: ***es aplicado***

Tenemos : $\forall x : p_{(x)} \Rightarrow q_{(x)}$

Teniendo en cuenta la forma de negar una función proposicional cuantificada universalmente implicación resulta: $\exists x / p_{(x)} \wedge \sim q_{(x)}$

Y traduciendo al lenguaje ordinario resulta:

Existen alumnos de mi colegio que no son aplicados.

CIRCUITOS LÓGICOS

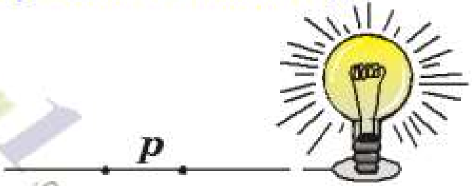
Son arreglos de interruptores conocidos como compuertas lógicas , donde cada compuertas lógicas, donde cada compuerta lógica tiene su tabla de verdad.

El valor de verdad de una proposición puede asociarse con interruptores que controlan el paso de la corriente. Así si una proposición es verdadera, el interruptor estará cerrado y la corriente pasará. Si la proposición es falsa el interruptor estará abierto y la corriente no pasará.

Imáginate el interruptor delante de un foco :

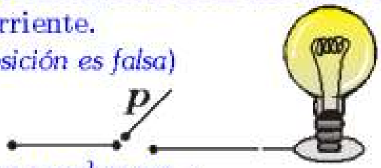
* El foco se encuentra si el círculo está cerrado y pasa la corriente.

(si la proposición es verdadera).

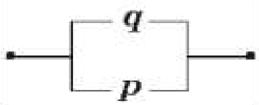
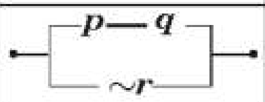


El foco ni se encederá si el circuito está abierto y no pasa la corriente.

(Si la proposición es falsa)



Los circuitos pueden ser :

		Equivalencia Lógica
Serie	— p — q —	$p \wedge q$
Paralelo		$p \vee q$
Mixto		$(p \wedge q) \vee (\sim r)$

PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 1 :

Construir una tabla de verdad para $\sim [p \wedge (\sim p)]$.

RESOLUCIÓN :

* Se toman como encabezamientos p, $\sim p$, $p \wedge \sim p$ y $\sim [p \wedge (\sim p)$; se escriben los posibles valores de verdad **V** ; **F** bajo p y se completa la tabla así :

p	$\sim p$	$p \wedge (\sim p)$	$\sim [p \wedge (\sim p)]$
V			
F			

p	$\sim p$	$p \wedge (\sim p)$	$\sim [p \wedge (\sim p)]$
V	F	F	V
F	V	F	V

* Como $\sim [p \wedge (\sim p)]$ es verdadera para todos los posibles valores de verdad de p, se dice que $\sim [p \wedge (\sim p)]$ es una ***TAUTOLOGÍA.***

PROBLEMA 2 :

Construir una tabla de verdad para $(p \wedge q) \rightarrow p$.

RESOLUCIÓN :

* Se toman como encabezamiento p , q , $p \wedge q$ y $(p \wedge q) \rightarrow p$; se escriben todas las posibles combinaciones de los valores de verdad para las proposiciones simples p , q y se completa la tabla , así :

p	q	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow p$
V	V		
V	F		
F	V		
V	F		

p	q	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow p$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
V	F	F	V

* Como $(p \wedge q) \rightarrow p$ es verdadera para todos los posibles valores de verdad de p y q , se dice que $(p \wedge q) \rightarrow p$ es una ***TAUTOLOGÍA***

PROBLEMA 3 :

Construir una tabla de verdad para :

$$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$$

RESOLUCIÓN :

* Se toman como encabezamiento p ; q; r; $p \rightarrow q$; $q \rightarrow r$; $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$; $p \rightarrow r$; $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$; se escriben todas las posibles combinaciones de los valores de verdad para las proposiciones simples p , q y r, es decir :

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

* y se completa la tabla así :

p	q	r	p→q	q→r	(p→q) ∧ (q→r)	p →r	[(p→q)∧(q→r)]→p →r
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

* Como $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$ es siempre verdadera sin tener en cuenta el valor de verdad de p , q y r se dice que $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)](p \rightarrow r)$ es una ***TAUTOLOGÍA.***

PROBLEMA 4 :

Determinar si $[(\sim p) \wedge (p \vee q)] \rightarrow q$, es una ***TAUTOLOGÍA .***

RESOLUCIÓN :

* Se construye una tabla de verdad , así :

p	q	~p	p∨q	(~p) ∧ (p∨q)	[(~p)∧ (p∨q)]→q
V	V	F	V	F	V
V	F	F	F	F	V
F	V	V	F	F	V
F	F	V	F	F	V

* Luego : $[(\sim p) \wedge (p \vee q)] \rightarrow q$ es una ***TAUTOLOGÍA.***

PROBLEMA 5 :

Determinar si $p \wedge [(\sim p) \wedge (\sim q)]$ es una tautología

RESOLUCIÓN :

* Se contruye una tabla de verdad , así:

p	q	~ p	~ q	[(~p) ∧ (~ q)	p∧[(~p)∧ (~q)]
V	V	F	F	F	F
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	F	F

* Luego $p \sim (\sim p \wedge \sim q)$ no es una tautología. Como todos los valores de verdad de $p \wedge [(\sim p) \wedge (\sim q)]$ son falsos se dice que $p \wedge [(\sim p) \wedge (\sim q)]$ es una ***contradicción*** o una ***falacia.***

PROBLEMA 6 :

Determinar si $(p \vee q) \rightarrow q$ es una tautología.

RESOLUCIÓN :

* Se construye una tabla de verdad así :

p	q	$p \vee q$	$(p \vee q) \rightarrow p$
V	V	V	V
V	F	V	F
F	V	V	V
F	F	F	V

* Luego $(p \vee q) \rightarrow q$ no es una tautología.

PROBLEMA 7 :

Si p es verdadera. determinar el valor de verdad de $p \vee q$.

RESOLUCIÓN :

* Sabemos que la disyunción es verdadera si una de las proposiciones es verdadera ; por lo tanto "$p \vee q$" es ***verdadera*** , ya que p es verdadera.

PROBLEMA 8 :

Si p es verdadera , determinar el valor de verdad de $p \rightarrow q$.

RESOLUCIÓN :

* Sabemos que la implicación es falsa , en el único caso que el antecedente *(p)* sea verdadera y el consecuente *(q)* sea falso ; por lo tanto el valor de verdad de $p \rightarrow q$ depende del valor de *«q»* , ya que p es verdadero.

PROBLEMA 9 :

Si p es verdadera , determinar el valor de verdad de $\sim p \rightarrow (p \vee q)$.

RESOLUCIÓN :

* Reemplazando en la fórmula el valor de p tenemos:

$$\underset{\underset{(F)}{\downarrow}}{\sim} \overset{}{\underset{\underset{(V)}{\uparrow}}{p}} \underset{\underset{(V)}{\rightarrow}}{\rightarrow} \underset{\underset{(V)}{\downarrow}}{(p \vee q)}$$

$\rightarrow$ El valor de verdad de : $\sim p \rightarrow (p \vee q)$ es *(V)*

PROBLEMA 10 :

Si la proposición compuesta :

$(p \wedge q) \rightarrow (r \vee t)$ es falsa

Indicar las proposiciones que son verdaderas.

A) p y r *B) p y q* *C) r y t* *D) q y t* *E) p y t*

RESOLUCIÓN :

* Para que la proposición sea falsa , su conectivo principal debe indicar la falsedad , luego :

$$(p \wedge q) \underset{\underset{F}{\downarrow}}{\rightarrow} (r \vee t)$$

* La única posibilidad en que la condicional sea falsa, será cuando :

$$\underset{V}{(p \wedge q)} \underset{\underset{F}{\downarrow}}{\rightarrow} \underset{F}{(r \vee t)}$$

* De donde :

$$\underbrace{p \wedge q \equiv V}_{\text{La única posibilidad será cuando}} \quad \text{y} \quad \underbrace{r \vee t \equiv F}_{\text{La única posibilidad será cuando}}$$

$$p \equiv v \ \text{ y } \ q \equiv v \qquad r \equiv F \ \text{ y } \ t \equiv F$$

* Las únicas verdaderas será : *«p»* y *«q»*.

RPTA : "B"

PROBLEMA 11 :

Si se sabe que : $p \wedge \sim r$ es falsa
$r \rightarrow q$ es verdadera
$q \vee t$ es falsa

determinar los valores de verdad de p , q , r y t

A)VVVV *B)VVFF* *C)VFVF* *D)FVFF* *E)FFFF*

RESOLUCIÓN :

* Debemos empezar por aquellas proposiciones que tienen un único valor de verdad , analizando lo dado se deduce que debemos empezar por :

$q \vee t = F$..............*(Disyunción falsa)*

$\Rightarrow q = F$ y $t = F$

* Luego :

$$\begin{tikzcd} r \arrow[d] & \to q = V \text{.................(Condicional verdadero)} \\ F & \end{tikzcd}$$

$\Rightarrow r \overset{F}{=} F$............................ *(Observar tabla)*

* Finalmente :

$$\begin{tikzcd} p \wedge \sim r \arrow[d] \equiv F \\ V \Rightarrow p = F \end{tikzcd}$$

* Lo pedido será : ***FFFF***

RPTA : "E"

PROBLEMA 12 :

Si la proposición : «No es cierto que estudiemos y no aprobemos» , es verdadera , entonces podemos afirmar :

A) Aprobamos y no estudiamos.
B) Estudiamos y aprobamos.
C) Estudiamos o no aprobamos.
D) Aprobamos o no estudiamos.
E) Estudiamos y aprobamos.

RESOLUCIÓN :

* Haciendo :

p : Estudiemos

q : Aprobemos

* Formalizando lo dado se tendrá :

$$\sim (p \wedge \sim q)$$

* Aplicando morgan y doble negación se tendrá:

$$\sim p \vee q \equiv q \vee \sim p$$

* Qué se leerá :

«Aprobamos o no estudiamos »

RPTA : "D"

PROBLEMA 13 :

La proposición « viajas a Piura a menos que no vayas al Cuzco» , es falsa si.

A) No viajas a Piura ni al Cuzco.

B) Viajas a Piura y al Cuzco.

C) Viajas a Piura y no al Cuzco.

D) No viajas a Piura y si al Cuzco.

E) No se puede precisar.

RESOLUCIÓN :

* Haciendo :

p : viajas a Piura

q : vayas al Cuzco

* Formalizando la disyunción : $p \vee \sim q$ es falsa

* Debemos concluir algo verdadero , entonces la conclusión será la negación de $(p \vee \sim q)$, que será :

$$\sim (p \vee \sim q) \equiv \sim p \wedge q$$

* Que se leerá :

«No viajas a Piura y si al Cuzco»

RPTA : "D"

PROBLEMA 14 :

La proposición : « Si no tomas en serio las cosas tendrás problemas para ingresar o no serás profesional», es falsa. ¿Qué valor de verdad asume la proposición:«No tienes problemas para ingresar»?

A) Verdadero ***B) Falso***
C) Contradictorio ***D) Indeterminado***

RESOLUCIÓN :

* Haciendo :

p : Tomas en serio las cosas

q : Tendrás problemas para ingresar.

r : Serás profesional.

* Simbolizando lo dado :

$\sim p \to (q \vee \sim r)$ es falsa

* Entonces :

$$\begin{tikzcd} \sim p & \to & (q \vee \sim r) \\ V & & F \\ & F \arrow[ul] \arrow[ur] & \end{tikzcd}$$

* Luego :

$\sim p \equiv V \to p \equiv F$

$q \vee \sim r = F \to q \equiv F$ y $r \equiv V$

* Piden el valor de verdad de :

"$\sim q$" que será : $\sim (F) \equiv V$

RPTA : "A"

PROBLEMA 15 :

La proposición :

«De ninguna forma , la materia es destructible tal como es transformable»

Equivale a :

1) Si la materia no es destructible en consecuencia no es transformable .

2) Ya que la materia es transformable bien se ve que no es destructible.

3) La materia no es destructible a menos que sea transformable.

4) La materia no es transformable o no es destructible.

5) Si la materia es destructible entonces no es transformable.

Son correctas :

A) 1; 2 ; 3 B) 4 ; 5 ; 2 C) 5 ; 3 ; 1 D) 4 ; 2 ; 3 E)Todas

RESOLUCIÓN :

* Formalizando lo dado en el enunciado (dato) :

p : La materia es destructible

q : Transformable

* Simbolizando : $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

* Formalizando las alternativas :

1) $\sim p \to \sim q \equiv \sim(\sim p) \vee \sim q \equiv p \vee \sim q$ ....*(Hemos aplicado la condicional)*

2) $q \to \sim p \equiv \sim q \vee \sim p$ *3)* $\sim p \vee q$

4) $\sim q \vee \sim p$ *5)* $p \to \sim q \equiv \sim p \vee \sim q$

* Se observa que las equivalentes a los dado será : ***4; 5*** y ***2.***

RPTA : "B"

PROBLEMA 16 :

Dadas las proposiciones :

p : Lenin aprueba sus cursos

q : Lenin va a la fiesta

r : Lenin estudia para su examen.

* Simbolizar :

«Si Lenin va a la fiesta entonces no estudiará para su examen , pero no es el caso que vaya a la fiesta y aprueba sus cursos. De ahí que Lenin estudia para su examen»

A) $[(q \to r) \wedge \sim(q \wedge p)] \to r$

B) $[(q \to \sim r) \wedge \sim(q \wedge p)] \to r$

C) $[(q \to r) \vee \sim(q \wedge p)] \to \sim r$

D) $[(q \to r) \wedge \sim(q \wedge p)] \to \sim r$

E) $[(q \to r) \vee \sim(q \wedge p)] \to r$

RESOLUCIÓN :

$$\text{Si } \underbrace{\text{Lenin va a la fiesta,}}_{\to} \ \underbrace{\text{entonces}}_{q}$$

$$\underbrace{\text{no}}_{\sim} \ \underbrace{\text{estudiará para su examen,}}_{r} \ \underbrace{\text{pero}}_{\wedge}$$

$$\underbrace{\text{no es el caso que}}_{\sim(} \ \underbrace{\text{vaya a la fiesta}}_{q}$$

$$\underbrace{\text{y}}_{\wedge} \ \underbrace{\text{aprueba sus cursos.}}_{p \qquad (} \ \underbrace{\text{De ahí que}}_{\to}$$

$$\underbrace{\text{Lenin estudia para su examen.}}_{r}$$

$\Rightarrow$ Formalizando : $[(q \to \sim r) \wedge \sim(q \wedge p)] \to r$

RPTA : "B"

PROBLEMA 17 :

Hallar la tabla de verdad de : $(\sim p \vee q) \leftrightarrow (p \vee \sim q)$

A)VFVF B)VVVV C)FFFF D)VFFV E) FFFV

RESOLUCIÓN :

p q	(~ p ∨ q)			⟷	(p∧~ q)		
V V	F	V	V	F	V	F	F
V F	F	F	F	F	V	V	V
F V	V	V	V	F	F	F	F
F F	V	V	F	F	F	F	V

1° 3° 2°

* Resultado Final : ***FFFF (CONTRADICCIÓN)***

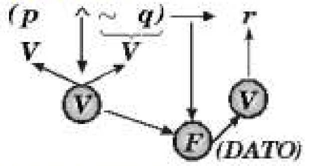
RPTA : "C"

PROBLEMA 18 :

Si : $(p \wedge \sim q) \to r$ es falsa, determinar el valor de **p, q** y **r**

A)VVV B)FFF C)VFF D)VFF E)FVF

RESOLUCIÓN :



* Del gráfico se nota que :

$\boxed{p \equiv V}$

$\sim q \equiv V \to \boxed{q = F}$

$\boxed{r \equiv F}$

RPTA : "C'

PROBLEMA 19 :

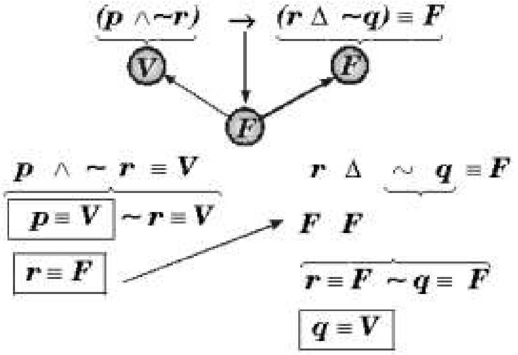
Si la proposición compuesta : $\sim[(p \wedge \sim r) \to (r \Delta \sim q)]$

Es verdadera , hallar el valor de verdad de las proposiciones **r** ; **p** y **q** respectivamente

A)VVF B)FVV C)VFV D)FVF E)FFV

RESOLUCIÓN :

$$\sim[(p \wedge \sim r) \to (r \Delta \sim q)] \equiv V$$



* Luego **r , p** y **q** será : ***F V V***

RPTA : "B"

PROBLEMA 20 :

Si la proposición : $p \to (r \wedge s)$ es falsa , entonces se puede afirmar que :

I) «p» es necesariamente verdadera.

II) «r» es necesariamente verdadera.

III) «s» puede ser verdadera.

A) Sólo I B) Sólo II C) I y III D) II y III E) Sólo III

RESOLUCIÓN :

$$p \rightarrow \underbrace{(r \wedge s)} \equiv F$$

$$V \rightarrow \quad F \quad \equiv F$$

* Luego : $p \quad \rightarrow \quad (r \wedge s)$

V	F	V
V	V	F
V	F	F

* Se concluye :

p : es necesariamente «V»

r : puede ser V ó F

s : puede ser V ó F

* Finalmente :

I) V II) F III) V

I y III son verdaderas

RPTA : "C"

PROBLEMA 21 :

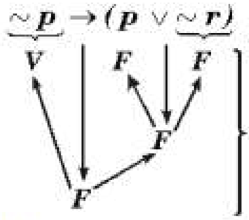
La proposición : $\sim p \Rightarrow (q \vee \sim r)$ es falsa la proposición s es verdadera . ¿Cuántas de las siguientes proposiciones son verdaderas?

* $p \Rightarrow q$ * $\sim s \Leftrightarrow (\sim p \wedge r)$

* $(p \wedge \sim q) \vee \sim r$ * $(\sim p \vee q) \Rightarrow r$

A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) 4

RESOLUCIÓN :



Se deduce que :

$p = F$

$q = F$

$r = V$

$s = V$ ....(Dato)

* Luego :

$$\boxed{\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ F \rightarrow F \equiv V \end{array}}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \sim S \leftrightarrow (\sim p \wedge r) \\ F \leftrightarrow \underbrace{(V \wedge V)} \\ F \leftrightarrow V \end{array}}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} (p \wedge \sim q) \vee \sim r \\ \underbrace{(F \wedge V)} \vee F \\ F \vee F \equiv F \end{array}}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} (\sim p \vee q) \rightarrow r \\ \underbrace{(V \vee F)} \rightarrow r \\ V \rightarrow V \equiv V \end{array}}$$

* Se observa que sólo hay **2** proposiciones verdaderas.

RPTA : "B"

PROBLEMA 22 :

Sabiendo que la proposición p es verdadera , ¿en cuáles de los siguientes casos es suficiente dicha información para determinar el valor de verdad de las siguientes proposiciones?

I) $(p \vee q) \leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$

II) $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee r)$

III) $(p \rightarrow q) \rightarrow r$

A) Sólo I B) Sólo II C) I y II D) I y III E) Todas

RESOLUCIÓN :

* Dato : $p \equiv V$

I) $(p \vee q) \leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$

$$\underbrace{(V \vee q)}_{V} \leftrightarrow \underbrace{(F \wedge \sim q)}_{F \equiv F}$$

II) $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee r)$

$$\underbrace{\underbrace{(V \wedge q)}_{q} \rightarrow \underbrace{(V \vee r)}_{V}}_{V}$$

III) $(p \rightarrow q) \rightarrow r$

$$\underbrace{(V \rightarrow q) \rightarrow r}$$

$q \rightarrow r$........$\left\{\begin{array}{l}\text{no se puede saber}\\ \text{su valor vertitativo}\end{array}\right\}$

RPTA : "C"

PROBLEMA 23 :

Formalizar :

«Si luchas por triunfar , entonces triunfarás , sin embargo no luchas por triunfar» .

A) $p \rightarrow (q \wedge r)$ **B)** $p \rightarrow (q \wedge \sim r)$

C) $(p \rightarrow q) \wedge \sim p$ **D)** $(p \rightarrow q) \wedge (p \vee q)$

RESOLUCIÓN :

* Sea : p : luchas por triunfar

q : triunfarás

* La formalización será : $(p \rightarrow q) \wedge \sim p$

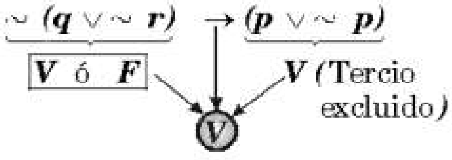
RPTA : "C"

PROBLEMA 24 :

Simplificar : $\sim (q \vee \sim r) \rightarrow (p \vee \sim p)$

A) p **B)** q **C)** $p \wedge q$ **D)** F **E)** V

RESOLUCIÓN :



* (Será «*V*» puesto que en la condicional basta que

el consecuente sea «*V*» para que todo sea verdadero)

RPTA : "E"

PROBLEMA 25 :

Hallar el equivalente a : «Es falso que si ***Ud.*** ve un gato negro, entonces tendrá mala suerte »

A) Ve un gato negro y tiene mala suerte
B) No tiene mala suerte si ve un gato negro
C) Ve un gato negro y no tiene mala suerte
D) Ve un gato negro si tiene mala suerte

RESOLUCIÓN :

* Formalizando :

p :Ve un gato negro

q :Tendrá mala suerte.

* Luego:

$\sim(p \rightarrow q)$................ *(condicional)*

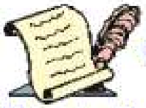
$\sim(\sim p \vee q)$................ *(Morgan)*

$\sim(\sim p \wedge \sim q)$.............. *(Involución)*

$\equiv p \wedge \sim q$; Luego

ve un gato negro y no tiene mala suerte

RPTA : "C"



OJO :

En este tipo de problemas tenemos que ayudarnos con las alternativas para así dirigirse a algo relacionadas con ellas.

PROBLEMA 26 :

No es buen deportista pero sus notas son excelentes. Es equivalente a :

A)*No es cierto que, sea un buen deportista o sus notas no sean excelentes.*

B)*No es cierto que, sea un buen deportista o sus notas sean excelentes.*

C)*No es cierto que, no sea un buen deportista o sus notas no sean excelentes.*

D)*No es cierto que, no sea un buen deportista o sus notas sean excelentes.*

E) *No es cierto que , es un buen deportista y sus notas no son excelentes.*

RESOLUCIÓN :

p : es buen deportista

q : sus notas son excelentes.

* Formalizando : $\sim p \wedge q$ *(Morgan)*

$\sim p \vee q$

No es cierto que , sea un buen deportistao sus notas no sean excelentes.

RPTA : "A"

PROBLEMA 27 :

Que se concluye de :

* Si te levantas temprano , llegas temprano.

* El profesor te saluda si llegas temprano.

A)*No es el caso que te levantes temprano y el profesor te saluda.*

B)*No es el caso que te levantes temprano o el profesor te saluda.*

C) *El profesor te saluda y no te levantas temprano.*

D) *No te levantas temprano o el profesor te saluda.*

RESOLUCIÓN :

p : Te levantas temprano.

q : Llegas temprano

r : El profesor te saluda.

* Formalizando : $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$

* Por el silogismo hipotético , se puede concluir:

$(p \rightarrow r) \equiv \sim p \vee r$............*(Condicional)*

* Luego el equivalente será: «No te levantes temprano o el profesor te saluda»

RPTA : "D"

PROBLEMA 28 :

Dadas las premisas :

* Si vas al cine no terminarás el cuestionario.

* Terminas el cuestionario o no eres un estudiante responsable

* Vas al cine o me acompañas a la biblioteca.

* Es notorio tu amplio sentido de responsabilidad.

De acuerdo a las premisas anteriores se afirma

1) *Vas al cine.*

2) *Me acompañas a la biblioteca*

3) *No terminas el cuestionario.*

4) *Va al cine y a la biblioteca.*

A)*2 y 3* ***B)****1 ; 2 y 4* ***C)Sólo 2*** ***D)****1 y 2* ***E)Ninguna***

RESOLUCIÓN :

p : Vas al cine.

q : Terminarás el cuestionario.

r : Eres un estudiante responsable.

s : Me acompañas a la Biblioteca.

* Formalización :

$$(p \rightarrow \sim q) \wedge (q \vee \sim r) \wedge (p \vee s) \wedge r$$

$$\underbrace{(p \rightarrow \sim q)}_{condicional} \wedge (q \vee s) \wedge \underbrace{(q \vee \sim r) \wedge r}_{absorcion}$$

$$(\sim p \vee \sim q) \wedge (p \vee s) \wedge \underbrace{q} \wedge r$$

$$\underbrace{\sim p} \wedge q \wedge \underline{(p \vee s)} \wedge r$$

* Por absorción **:** $\sim p\wedge s\wedge q\wedge r$

* Luego :

« No vas al cine y me acompañas a la Biblioteca y terminaras el cuestionario y eres un estudiante responsable »

* Se puede afirmar : Sólo « ***2*** »

RPTA : "D"

PROBLEMA 29 :

Si no apruebas o no resuelves este problema , entonces es falso que , hayas estudiado o domines la deducción lógica. Pero no dominas la deducción lógica aunque has estudiado. Por lo tanto :

A) Apruebas y no resuelves el problema
B) No apruebas y resuelves el problema
C) No apruebas y no resuelvas el problema
D) Apruebas y resuelves el problema
E) Ninguna de las anteriores

RESOLUCIÓN :

p : Apruebas
q : Resuelves
r : Estudiado
s : Domines la deducción lógica.

* Formalizando :

$$\underbrace{[(\sim p\vee\sim q)\rightarrow\sim(r\vee s)]}_{\textit{CONDICIONAL}}\wedge\sim s\wedge r$$

$$\underbrace{[\sim(\sim p\vee\sim q)\vee\sim(r\vee s)]}_{\textit{MORGAN}}\ \underbrace{\wedge\sim s\wedge r}_{\textit{CONMUTATIVA}}$$

$$[\underbrace{(p\wedge q)\vee(\sim r\wedge\sim s)}_{\textit{DISTRIBUYENDO}}]\wedge r\wedge\sim r$$

$$\{[(p\wedge q)\vee r]\vee[\underbrace{(\sim r\wedge\sim s)\wedge r]\}\wedge\sim s}_{\textit{asociando}}$$

$$(p\wedge q\wedge r)\vee\underbrace{[(\sim r\wedge r)}\wedge\sim s]\}\wedge\sim s$$

$$\underline{F\wedge\sim s}$$

$$\underbrace{\{(p\wedge q\wedge r)\vee F\}\wedge\sim s}$$

$$p\wedge q\wedge r\wedge\sim s$$

* Luego $p\wedge q$: Apruebas y resuelves el problemas

RPTA : "D"

PROBLEMA 30 :

Sabemos que :

«Si Karella contesta esta pregunta será una pregunta fácil , sin embargo esta pregunta es fácil y engañosa dado que Karella no la contesto».

Si Karella no contestó esta pregunta podemos afirmar

A) Esta pregunta es fácil
B) Esta pregunta no es fácil
C) Es fácil pero no engañosa
D) Es engañosa pero no fácil

RESOLUCIÓN :

p : contesta
q : será una pregunta fácil
r : engañosa

* Formalizando :

$$(p\rightarrow q)\wedge[(\sim p\rightarrow(q\wedge r)]\wedge\sim p$$

$$(\sim p\vee q)\wedge\underbrace{[p\vee(q\wedge r)]\wedge\sim p}_{\textit{ABSORCIÓN}}$$

$$(\sim p\vee q)\wedge(\sim p\wedge q\wedge r)$$

$$\underbrace{(\sim p\vee q)\wedge}_{\textit{Absorción}}\ \sim p\wedge q\wedge r$$

$$\sim p\wedge q\wedge r$$

* Luego : « q » esta pregunta es fácil

RPTA : "A"

PROBLEMA 31 :

El valor de verdad de los siguientes enunciados:

I) $[p\wedge(p\Rightarrow q)]\Rightarrow q$
II) $(\sim p\wedge\sim q)\Rightarrow(p\vee q)$
III) $(p\vee q)\Rightarrow(p\wedge q)$

es :

A)VVV ***B)FVF*** ***C)FFV*** ***D)VFF*** ***E)FFF***

RESOLUCIÓN :

* Sabemos que : $F\vee p\equiv p\ ;\sim q\vee q\equiv V$

I) $[p\wedge(p\Rightarrow q)]\Rightarrow q$

$[p\wedge(\sim p\vee q)\Rightarrow q$

$\underbrace{[(p\wedge\sim p)}_{F}$

$\vee(p\wedge q)]\Rightarrow q$

$(p\wedge q)\Rightarrow q$

$\sim(p\wedge q)\vee q$

$\sim p\wedge\sim q\vee q$

$\underbrace{\sim p\wedge V\equiv V}$

II) $(\sim p\wedge\sim q)\Rightarrow(p\vee q)$

$\sim(p\vee q)\Rightarrow(p\vee q)$

$(p\vee q)\vee(p\vee q)$

$p\vee q$

$\therefore$ ***FALSO***

III) $p\vee q\Rightarrow p\wedge q$

* Por Tabla :

p	q	$p\vee q$	$p\wedge q$	$p\vee q\Rightarrow p\wedge q$
V	V	V	V	V
V	F	V	F	F
F	V	V	F	F
F	F	F	F	V

RPTA :"D"

PROBLEMA 32 :

* Si ingresas serás ingeniero

* Si no eres un gerente entonces no eres ingeniero

Se deduce :

A) Si ingresas no eres ingeniero.
B) Si ingresas serás gerente.
C) Si eres gerente, entonces ingresaste.
D) Si no ingresas, serás gerente.
E) Si no eres ingeniero , eres gerente.

RESOLUCIÓN :

p : Ingresas

q : Serás ingeniero

r : Eres gerente

* Formalizando :

$$(p \to q) \wedge \underbrace{(\sim r \to \sim q)}_{\textit{Transposición}}$$

$$\underbrace{[(p \to q) \wedge (q \to r)] \to (p \to r)}_{\textit{Silogismo Hipotético}}$$

* Luego :« *Si ingresas serás gerente* »

RPTA : "B"

PROBLEMA 33 :

Sabiendo que la afirmación :

« ***P*** es verdadero siempre que ***Q*** sea falsa», es falsa. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

I) P es falsa y Q es verdadera

II) Si P es falsa. Q es falsa

III) Q es verdadera si P es verdadera

A)Sólo I *B)Sólo II* *C)II y III*
D)I y III *E)Ninguna de las anteriores*

RESOLUCIÓN :

$$\underbrace{(Q \text{ sea falsa}) \to (P \text{ es verdadero})}_{\textit{Falsa}}$$

* Luego la negación será verdadera :

$$\underbrace{\sim((Q \text{ sea falsa}) \to (P \text{ es verdadero}))}_{\textit{condicional}}$$

$$\sim(\sim(Q \text{ sea falsa}) \vee (P \text{ es verdadero}))$$

* Por Morgan :

$(Q$ *sea falsa*$) \wedge \sim (P$ *es verdadero*$)$

$(Q$ *sea falsa*$) \wedge (P$ *es falso*$)$

* Luego : «Q» es falsa y «P» es falso

RPTA : "E"

PROBLEMA 34 :

Si x es pesado , y es ligero. Si z es ligero , **A** no es ni una cosa ni la otra. Pero x es pesado a la vez que z es ligero. Por tanto:

I) y es ligero

II) A no es ligero ni pesado

III) A es pesado o ligero

son ciertas:

A)Sólo I *B)Sólo II* *C)I y III*
D)I y II *E)Ninguna de las anteriores*

RESOLUCIÓN :

p :«x» es pesado

q :«y» es ligero

r :«z» es ligero

s :«A» no es ni una cosa ni la otra.

* Formalización :

$$(p \to q) \wedge (r \to s) \wedge p \wedge r$$

$$\underbrace{(\sim p \vee q) \wedge p}_{\textit{Absorción}} \wedge \underbrace{(\sim r \vee s) \wedge r}_{\textit{Absorción}}$$

$$p \wedge q \wedge r \wedge s$$

* Luego : $q \wedge s$ (Según alternativas)

RPTA : "D"

PROBLEMA 35 :

Si Diana realiza las actividades ***A*** o ***B***, entonces realiza ***C*** o ***D*** , pero si no realiza ***B*** entonces realiza ***C*** ; sin embargo , no realiza ***C***. ¿Qué actividades necesariamente realiza Diana?

A) A *B) B* *C) D* *D) B y D* *E) A ; B y D*

RESOLUCIÓN :

$$[(A \vee B) \to (C \vee D)] \wedge (\sim B \to C) \wedge \sim C$$

$$[\sim (A \vee B) \vee (C \vee D)] \wedge (B \vee C) \wedge \sim C$$

$$[(\sim A \wedge \sim B) \vee C \vee D] \wedge (\sim C \wedge B)$$

* Asociando :

$$\underbrace{\{[(\sim A \wedge \sim B) \vee D] \vee C\} \wedge \sim C \wedge B}$$

$$[(\sim A \wedge \sim B) \vee D] \wedge \sim C \wedge B$$

* Distribuyendo :

$$(\sim A \vee D) \wedge (\sim \underbrace{B \vee D)}_{\textit{Absorción}} \wedge \sim \underbrace{C \wedge B}$$

$$\underbrace{(\sim A \vee D)}_{\textit{Absorción}} \wedge \sim \underbrace{C \wedge B} \wedge D$$

$$D \wedge \sim C \wedge B$$

* Luego : ***D y B***

RPTA : "D"

PROBLEMA 36 :

María debe realizar cuatro tareas : ir al banco , limpiar su auto , preparar su clase y practicar deporte. Si :

* Irá al banco si prepara su clase.

* Preparará su clase si no limpia su auto.

Podemos afirmar :

I) Si limpia su auto , irá al banco.

II) Si no va al banco , practicará deporte.

III) No practicará deporte, si no limpia su auto.

A) Sólo I B) Sólo II C) Sólo III D) I y II E) II y III

RESOLUCIÓN :

p : irá al banco

q : prepara su clase

r : practica deporte

s : limpia su auto

* Formalizando :

$$(q \to p) \wedge (r \to q) \wedge (\sim s \to \sim q)$$

TRANSPOSICION

$$(q \to p) \wedge (r \to q) \wedge (q \to s)$$

$$(r \to s)$$

$$(r \to s)$$

*Luego : $r \to s \equiv \sim s \to \sim r$

«No practicará deporte , si no limpia su auto»

RPTA : "C"

PROBLEMA 37 :

« Un país no puede gastar dinero en distracciones como el fútbol si no puede cubrir las necesidades primarias de su gente . Sin embargo es muy cierto que al cubrir las necesidades primarias de su gente entonces los aficionados se sentirán más contentos al ver un partido» . Del argumento anterior podemos afirmar que:

A) *Si un país gasta dinero en distracciones como el fútbol entonces cubre las necesidades de la gente.*

B) *Un país no puede gastar dinero en distracciones como el fútbol salvo que cubra las necesidades de la gente.*

C) *Si las necesidades primarias de la gente se ven satisfechas entonces los aficionados se sentirán más contentos.*

D) *Los aficionados se sienten más contentos si el país gasta dinero en distracciones como el fútbol.*

E) *Los aficionados se sienten más contentos si las necesidades primarias son cubiertas.*

RESOLUCIÓN :

p : gastar dinero

q : cubrir necesidades

r : aficionados se sentirán más contentos.

* Formalizando :

$$\underbrace{(\sim q \to \sim p)}_{\text{Trasposicion}} \wedge (q \to r)$$

$$\underbrace{[(p \to q) \wedge (q \to r)] \to (p \to r)}_{\text{silogismo hipotético}}$$

* Luego :

«Los aficionados se sienten más contentos si el país gasta dinero en distracciones como el fútbol».

RPTA : "D"

PROBLEMA 38 :

La proposición :

$$\sim[(q \to p) \wedge (p \to q)] \vee (\sim p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)]$$

es equivalente a :

A) $p \to q$ ***B)*** $p \to \sim q$ ***C)*** $\sim(p \to q)$

D) $\sim(p \to \sim q)$ ***E)*** $\sim q \to p$

RESOLUCIÓN :

$$\sim[\{(\sim q \vee p) \wedge (\sim p \vee q)\} \vee \overbrace{\{\sim p \wedge \underbrace{(q \vee \sim q)}_{V}\}}^{\text{DISTRIBUTIVA}}]$$

$$\sim[\{(\sim q \vee p) \wedge (\sim p \vee q)\} \vee \sim p\,]$$

* Distribuyendo :

$$\sim[\{(\sim q \vee \underbrace{p) \vee \sim p)}_{V}\} \wedge \underbrace{\{(\sim p \vee q) \vee \sim q\}}_{(\sim p \vee \sim p \vee q)}]$$

$$\sim[\sim q \wedge (\sim p \vee q)]$$

* Absorción :

$$\sim[\sim q \wedge \sim p] \equiv q \vee p \equiv \sim q \to p$$

RPTA : "E"

PROBLEMA 39 :

Simplificar :

$$\sim[q \to (p \to \sim q)] \to [(\sim p \to q) \leftrightarrow \sim p]$$

A) $p \wedge \sim q$ ***B)*** $\sim p \vee q$ ***C)*** $\sim(p \wedge q)$ ***D)*** $\sim(p \vee q)$ ***E)*** $p \vee q$

RESOLUCIÓN :

* Por partes :

I) $\sim[q \to (p \to \sim q)]$

$\sim[\sim q \vee (\sim p \vee \sim q)]$

$\sim[\sim q \vee \sim p] \equiv q \wedge p$

II) $(\sim p \to q) \leftrightarrow \sim p$

$[(\sim p \to q) \to \sim p] \wedge [\sim p \to (\sim p \to q)]$

$[\sim(p \vee q) \vee \sim p] \wedge [p \vee (p \vee q)]$

$[(\sim p \wedge \sim q) \vee \sim p] \wedge [p \vee q)]$

$\sim p \wedge (p \vee q) \equiv \sim p \wedge q$

*Reemplazando en la expresión pedida , se tendrá.

$$(q \wedge p) \to (\sim p \wedge q)$$

$$\sim(q \wedge p) \vee (\sim p \wedge q)$$

$$\sim q \vee \sim p) \vee (\sim p \wedge q)$$

$$\sim q \vee \sim p \equiv \sim (q \wedge q)$$

RPTA : "C"

PROBLEMA 40 :

Si $p * q \equiv p \wedge \sim q$, indique la proposición equivalente a : $[\sim(\sim p * q) * \sim q] * \sim p$

A) $q \wedge p$ **B)** $\sim q \wedge p$ **C)** $\sim p \Rightarrow \sim q$
D) $\sim p \vee \sim q$ **E)** $p \Rightarrow q$

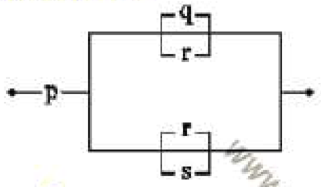
RESOLUCIÓN :

$$[\sim(\sim p * q) * \sim q\,] * \sim p$$
$$\underbrace{[\sim(\sim p \wedge \sim q) * \sim q\,]} * \sim p$$
$$\underbrace{[\sim(\sim p \wedge \sim q) \wedge \sim(\sim q)\,] * \sim p}$$
$$[\sim(\sim p \wedge \sim q) \wedge \sim(\sim q)\,] \wedge \sim(\sim p)$$
$$\underbrace{(p \vee q) \wedge q}_{q \wedge p} \wedge p$$

RPTA : "A"

PROBLEMA 41 :

Hallar el equivalente de :

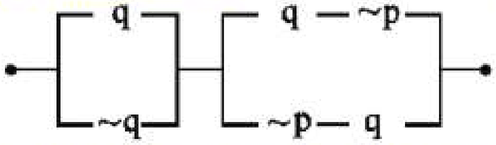


RESOLUCIÓN :

$$p \wedge [\,(q \vee r) \vee (r \vee s)\,]$$

PROBLEMA 42 :

Hallar el equivalente de :



A) $p \wedge q$ **B)** $\sim p \wedge q$ **C)** $p \wedge \sim q$ **D)** $\sim(p \wedge q)$ **E)** p

RESOLUCIÓN :

$$(q \vee \sim q) \wedge [(q \wedge \sim p) \vee (\sim p \wedge q)]$$

(Idempotencia)

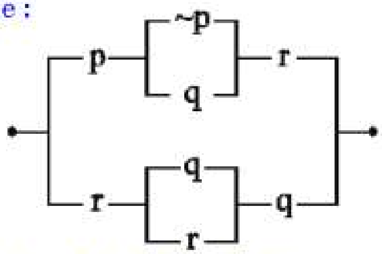
$$V \wedge (q \wedge \sim p) \equiv q \wedge \sim p$$

(Elemento neutro)

RPTA : "B"

PROBLEMA 43 :

Se tiene que :



El costo de instalación de cada llave es **S/.12.** ¿En cuánto se reducirá el costo de la instalación si se reemplaza este circuito por su equivalencia más simple?

A) S/. 48 **B)** S/. 60 **C)** S/. 72 **D)** S/.36 **E)** S/. 24

RESOLUCIÓN :

* Transformado el circuito :

$$[\underline{p \wedge (\sim p \vee q)} \wedge r\,] \vee [\underbrace{r \wedge (q \vee r)} \wedge q]$$
$$[\,p \wedge \underline{q \wedge r}\,] \vee (r \wedge q)$$
$$[p \wedge (r \wedge q)\,] \vee (r \wedge q) \equiv (r \wedge q)$$

* Luego se reducirá en : $8 - 2 = 6$

* Conexiones , es decir : **S/. 12×6 = S/.72**

RPTA : "C"

PROBLEMA 44 :

Sean p , q , r y s proposiciones tales que :

$\sim p \rightarrow q$ *es* verdadera,

$\sim q \rightarrow (r \wedge s)$ *es* falsa , y s *es verdadera.*

Encontrar el valor de verdad de las siguientes proposiciones :

I) $(r \rightarrow s) \vee (\sim p \wedge q)$
II) $\sim s \rightarrow (r \wedge \sim q)$
III) $(p \vee q) \wedge (r \wedge \sim s) \rightarrow (p \wedge \sim s)$

A) VFV **B)** FVV **C)** VVF **D)** VVV **E)** FFF

RESOLUCIÓN :

* Como $\sim q \rightarrow (r \wedge s)$ es falsa , entonces $\sim q$ es verdadera y $(r \wedge s)$ es falsa.

* Es decir q es falsa y $(r \wedge s)$ es falsa. Como s es verdadera , entonces r es falsa.

*Ahora como $\sim p \rightarrow q$ es verdadera (y sabiendo que q es falsa) entonces $\sim p$ es falsa con lo cual , p es verdadera.

* Luego :

$$(r \rightarrow s) \vee (\sim p \wedge q) \equiv (F \rightarrow V) \vee (\sim V \wedge F) \equiv V$$
$$\sim s \rightarrow (r \wedge \sim q) \equiv \sim V \rightarrow (F \wedge \sim F) \equiv V$$
$$(p \vee q) \wedge (r \wedge \sim s) \rightarrow (p \wedge \sim s) \equiv (V \vee F) \wedge (F \wedge \sim V) \rightarrow (V \wedge \sim V) \equiv V$$

RPTA : "D"

PROBLEMA 45 :

Evaluar el siguiente esquema molecular y diga cuántas verdades tiene el resultado .

$$[\sim p \rightarrow \sim (q \wedge r)]\ \Delta\ [(r \rightarrow \sim q) \vee p\,]$$

A) 2 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7 **E)** Ninguna

RESOLUCIÓN :

* Evaluando en una tabla de verdad :

p	q	r	$[\sim p$	$\rightarrow\sim$	$(q \wedge r)]$	$\triangle$	$[(r \rightarrow\sim q)$	$\vee\ p]$
V	V	V	F	V	F	F	F	V
V	V	F	F	V	V	F	V	V
V	F	V	F	V	V	F	V	V
V	F	F	F	V	V	F	V	V
F	V	V	V	F	F	F	F	F
F	V	F	V	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V	F	V	V
F	F	F	V	V	V	F	V	V

¡¡CONTRADICCIÓN !!

* Entonces no hay verdades

RPTA : "E"

PROBLEMA 46 :

Si la proposición compuesta :

$(p \wedge q) \rightarrow (r \vee t)$ es falsa

Indicar las proposiciones que son verdaderas.

A) p, r   B) p, q   C) r, t   D) p, q, r   E) q, t

RESOLUCIÓN :

* La proposición es condicional, pues el operador principal es →

* Luego : $(p \wedge q) \rightarrow (r \vee t)$ es ***falsa*** cuando el antecedente $(p \wedge q)$ es verdadero y el consecuente $(r \vee t)$ es falso.

* Si $(p \wedge q)$ es verdadero , entonces ambas proposiciones p y q son verdaderas.

* Si $(r \vee t)$ es falso , entonces ambas proposiciones r y t son falsas.

* Entonces Las únicas proposiciones verdaderas son p y q .

RPTA : "B"

PROBLEMA 47 :

Hallar la proposición equivalente a :

« No es cierto que , hace frío y no se congele ».

A) Hace frío o no congela

B) No hace frío o no congela

C) Hace frío y no congela

D) No hace frío o congela

E) Hace frío o congela

RESOLUCIÓN :

* Consideremos : p = hace frío

q = congela

* Formalizando tenemos :

* No es cierto que , p y no q

* Simbolizando : $\equiv \sim (p \wedge \sim q)$, Morgan

$\equiv \sim p \vee q$

* Es decir , significa : « No hace frío o congela»

RPTA : "B"

PROBLEMA 48 :

Sabiendo que la proposición compuesta :

$p \rightarrow (\sim r \vee s)$ es falsa

Indicar cuales de las siguientes proposiciones son verdaderas :

I) $t \rightarrow (p \vee s)$ ***II)*** $p \leftrightarrow r$ ***III)*** $\sim s \leftrightarrow t$ ***IV)*** $r \rightarrow p$

A) I y II   B) II y III   C) I, II y III
D) I, II y IV   E) Todas

RESOLUCIÓN :

* Si la proposición condicional :

$p \rightarrow (\sim r \vee s)$ es falsa

Entonces el antecedente p es verdadero y el consecuente $(\sim r \vee s)$ es falso.

* Es decir : $p \equiv V$; $(\underset{F}{\sim r} \vee \underset{F}{s}) \equiv F$

(Ver Disyunción Inclusiva)

* Luego : $p \equiv V$; $r \equiv V$; $s \equiv F$

* Ahora analicemos cada proposición :

I) $t \rightarrow p \vee s$

$t \rightarrow (V \vee F)$

$t \rightarrow V$

* Cualquiera que sea el valor de verdad de t (V ó F) la condicional $t \rightarrow V$ siempre es verdadera.

II) $p \leftrightarrow r$

$V \leftrightarrow V$ *siempre es verdadera*

III) $\sim s \rightarrow t$

$\sim(F) \rightarrow t$

$V \rightarrow t$

* Si t fuera verdadero , la condicional será verdadera en cambio si t fuera falso , la condicional será falsa.

* $V \rightarrow t$; no podemos conduir su valor de verdad , pues depende de t .

* Luego : $V \rightarrow t$ NO siempre es verdadera

IV) $r \rightarrow p$

$V \rightarrow V$, está condicional siempre es verdadera.

RPTA : "D"

PROBLEMA 49 :

Si la proposición : $(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow s)$ es falsa

Deducir el valor de verdad de :

I) $(\sim p \wedge \sim q) \vee \sim q$

II) $[(\sim r \vee q) \wedge q] \leftrightarrow [(\sim q \vee r) \wedge s]$

III) $(p \rightarrow r) \rightarrow [p \vee q) \wedge \sim q]$

A) FVV   B) FFV   C) VFV   D) FFF   E) VFF

RESOLUCIÓN :

* Sabemos que : $\underbrace{(p \rightarrow \sim q)}_{F} \vee \underbrace{(\sim r \rightarrow s)}_{F} \equiv F$

* $\underset{V}{p} \rightarrow \underset{F}{\sim q} \equiv F$

$\boxed{p \equiv V}$, $\boxed{q \equiv V}$

* $\underset{V}{\sim r} \rightarrow \underset{F}{s} \equiv F$

$\boxed{r \equiv F}$, $\boxed{s \equiv F}$

* Luego , analizando cada caso :

I) $\underbrace{(\underset{F}{\sim p} \wedge \underset{F}{\sim q})}_{F} \vee \underset{F}{\sim q} \equiv F$

$$\text{II) } \underbrace{[(\underset{V}{\sim r} \vee \underset{V}{q}) \wedge \underset{V}{q}]}_{V} \leftrightarrow \underbrace{[(\underset{F}{\sim q} \vee \underset{F}{r}) \wedge \underset{F}{s}]}_{F} \equiv F$$

$$\text{III) } \underbrace{(\underset{V}{p} \to \underset{F}{r})}_{F} \to \underbrace{[(\underset{V}{p} \vee \underset{V}{q}) \wedge \underset{F}{\sim q}]}_{F} \equiv V$$

RPTA : "B"

PROBLEMA 50 :

Sabiendo que $r \Delta s \equiv V$, simplificar :

$$\{[(r \vee s) \wedge (\sim p \vee q)] \wedge [(r \wedge s) \vee \sim q]\} \vee (r \leftrightarrow s)$$

A) $\sim p \wedge \sim q$ B) $\sim p \vee q$ C) $\sim p \vee \sim q$
D) $p \wedge \sim q$ E) $\sim p \to q$

RESOLUCIÓN :

* Sabemos que si : $r \Delta s \equiv V$, resulta cuando r y s son de distinto valor de verdad , luego :

$$r \vee s \equiv V \;;\; r \wedge s \equiv F \quad y \quad r \leftrightarrow s \equiv V$$

* En la proposición :

$$\{[\underbrace{(r \vee s)}_{V} \wedge (\sim p \vee q)] \wedge [\underbrace{(r \wedge s)}_{F} \vee \sim q]\} \vee \underbrace{(r \leftrightarrow s)}_{F}$$

$$\equiv \{[V \wedge (\sim p \vee q)] \wedge [F \vee \sim q]\} \vee F$$

$$\equiv \{(\sim p \vee q) \wedge \sim q\} \vee F$$

* Por la absorción , se tiene :

$$\equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee F$$

$$\equiv \sim p \wedge \sim q$$

RPTA: "A"

PROBLEMA 51:

Simplificar la expresión : $[p \to \sim(q \to p)] \to \sim q$

A) $p \vee \sim q$ B) $p \wedge q$ C) $\sim p \vee q$
D) $\sim p \wedge \sim q$ E) $p \to \sim q$

RESOLUCIÓN :

* Tenemos : $[p \to \sim(q \to p)] \to \sim q$

* Aplicando tres veces condicional :

$$\sim [\sim p \vee \sim(\sim q \vee p)] \vee \sim q$$

* Por Morgan y doble negación :

$$[p \wedge (\sim q \vee p)] \vee \sim q$$

* Por absorción : $\equiv p \vee \sim q$

RPTA:"A"

PROBLEMA 52 :

Simplificar : $[\sim(p \to q) \to \sim(q \to p)] \wedge (p \vee q)$

A) q B) $\sim q$ C) p D) $\sim p$ E) $p \wedge \sim q$

RESOLUCIÓN :

* Tenemos a :

$$[\sim(p \to q) \to \sim(q \to p)] \wedge (p \vee q)$$

* Aplicando tres veces condicional :

$$[(\sim p \vee q) \vee \sim(\sim q \vee p)] \wedge (p \vee q)$$

* Por Morgan:

$$[(\sim p \vee q) \vee (q \wedge \sim p)] \wedge (p \vee q)$$

* Asociando convenientemente :

$$[\sim p \vee \{q \vee (q \wedge \sim p)\}] \wedge (p \vee q)$$

* Por absorción , se tiene :

$$(\sim p \vee q) \wedge (p \vee q)$$

* Por ley distributiva :

$$[\underbrace{(\sim p \wedge p)}_{F} \vee q]$$

$$\equiv F \vee q \quad \equiv q$$

RPTA :"A"

PROBLEMA 53 :

Al simplificar la proposición

$$[\sim p \to (q \wedge \sim p)] \to (\sim r \vee \sim p)$$

se obtiene :

A) $\sim(p \wedge r)$ B) $p \wedge \sim r$ C) $\sim p \wedge q$
D) $q \vee \sim r$ E) $\sim p \vee q \wedge r$

RESOLUCIÓN :

* Aplicando 2 veces condicional :

$$\sim [\sim(\sim p) \vee (q \wedge \sim p)] \vee (\sim r \vee \sim p)$$

* Por Morgan :

$$[\sim p \wedge \sim(q \wedge \sim p)] \vee (\sim r \vee \sim p)$$

$$\underbrace{[\sim p \wedge (\sim q \vee p)]}_{} \vee (\sim r \vee \sim p)$$

* Por absorción , se tiene :

$$[\sim p \wedge \sim q) \vee (\sim r \vee \sim p)$$

*Asociando convenientemente

$$[\underbrace{(\sim p \wedge \sim q)]}_{} \vee \sim p\,] \vee (\sim r)$$

* Por absorción , finalmente : $\sim p \vee \sim r \equiv \sim(p \wedge r)$

RPTA:"A"

PROBLEMA 54 :

Si el siguiente esquema es falso :

$$\{[(p \wedge q) \to r] \wedge s\} \to (q \vee r)$$

Hallar el valor de verdad de :

I) $[(p \vee s) \wedge q] \to (r \vee s)$
II) $p \to [q \to (r \wedge s)]$
III) $(\sim p \wedge q) \to \{p \vee (\sim q \vee r)\}$

A) VVV B) VFV C) FVF D) FFV E) FFF

RESOLUCIÓN :

* Sabemos que :

$$\{\underbrace{[(p \wedge q) \to r] \wedge s}_{V}\} \to \underbrace{(q \vee r)}_{F} \equiv F$$

$$* \; q \vee r \equiv F \;\Rightarrow\; \boxed{q \equiv F} \;,\; \boxed{r \equiv F}$$

$$* \; [\underbrace{(p \wedge q) \to r}_{}] \wedge s \equiv V$$

$$\boxed{s \equiv V} \;;\; \boxed{p \equiv F}$$

Además : $\underbrace{(p \wedge \underset{F}{q})}_{F} \to \underset{F}{r} \equiv V$

* Luego :

I) $$\underbrace{\underbrace{[(p \vee s) \wedge q]}_{V} \rightarrow \underbrace{(r \vee s)}_{F}}_{F} \equiv V$$

II) $$p \rightarrow \underbrace{[\underset{F}{q} \rightarrow (r \wedge s)]}_{V} \equiv V$$

III) $$\underbrace{(\sim p \wedge \underset{F}{q})}_{F} \rightarrow \{p \vee (\sim q \vee r)\} \equiv V$$

RPTA :"A"

PROBLEMA 55 :

Dado : $p \# q \equiv \{[(p \rightarrow q) \rightarrow p] \vee q\} \wedge p$

Simplificar : $[(\sim p \wedge r) \# q] \# (p \leftrightarrow q)$

A) $p \vee r$ B) $\sim p \wedge r$ C) $\sim p \vee r$

D) $p \wedge \sim r$ E) $p \vee \sim r$

RESOLUCIÓN :

* Dado : $p \# q \equiv \{[(p \rightarrow q) \rightarrow p] \vee q\} \wedge p$

* Por condicional , dos veces

$$\equiv \{[\sim(\sim p \vee q) \vee p] \vee q\} \wedge p$$

* Por Morgan : $\equiv \{[\underbrace{(p \wedge \sim q) \vee p}] \vee q\} \wedge p$

* Por ley de absorción , dos veces : $\equiv p$

* Luego , en la expresión :

$$[(\sim p \wedge r) \# q] \# (p \leftrightarrow q)$$

* Por definición de $(\#)$, se obtiene :

$$\equiv (\sim p \wedge r) \# q \equiv \sim p \wedge r$$

RPTA : "B"

PROBLEMA 56 :

Si : $p * q \equiv [((p \rightarrow q) \rightarrow p) \vee q] \wedge p$

Simplificar :

$$\{[(\sim p \wedge r) * q] * (p * q)\} * (p \vee r)$$

A) $\sim p$ B) $\sim p \wedge r$ C) $\sim p \vee r$

D) $\sim p \wedge q$ E) $p \wedge r$

RESOLUCIÓN :

* Vamos a redefinir $p * q$:

$$p * q \equiv [((p \rightarrow q) \rightarrow p) \vee q] \wedge p$$

* Aplicando dos veces condicional :

$$p * q \equiv [(\sim(\sim p \vee q) \vee p) \vee q] \wedge p$$

* Por Morgan

$$\equiv [(\underbrace{(p \wedge \sim q) \vee p}) \vee q] \wedge p$$

* Por absorción , dos veces :

$$\equiv [p \vee q] \wedge p \equiv p$$

$$\boxed{\therefore p * q \equiv p}$$

* Luego , en la expresión a simplificar :

$$\{[(\sim p \wedge r) * q] * (p * q)\} * (p \vee r)$$

$$\equiv [(\sim p \wedge r) * q] * (p * q) \text{ , (definición de *)}$$

$$\equiv (\sim p \wedge r) * q$$

$$\equiv \sim p \wedge r$$

RPTA : "B"

PROBLEMA 57 :

Dado : $p \$ q \equiv [((p \rightarrow q) \rightarrow q) \vee q] \wedge p$

Simplificar :

$$\{[(\sim p \$ q) \wedge (r \$ \sim q)] \$ (p \leftrightarrow q)\} \leftrightarrow (p \vee r)$$

A) p B) $\sim q \wedge p$ C) $\sim p \wedge r$ D) $\sim p$ E) $r \rightarrow p$

RESOLUCIÓN :

* Tenemos el operador $(\$)$:

$$p * q \equiv [((p \rightarrow q) \rightarrow q) \vee q] \wedge p$$

$\equiv [(\sim(\underbrace{\sim p \vee q)\vee q}) \vee q] \wedge p$........*(Doble condicional)*

$\equiv [\underbrace{((p \wedge \sim q) \vee q) \vee q}] \wedge p$....................(Morgan)

$\equiv [(p \vee q) \vee q] \wedge p$.............................(Absorción)

$\equiv p$......................................(Asociando y absorción)

* Reemplazando en la expresión a simplificar:

$$\{[(\sim p \$ q) \wedge (r \$ \sim q)] \$ (p \leftrightarrow q)\} \leftrightarrow (p \vee r)$$

$\equiv \{(\sim p \$ q) \wedge (r \$ \sim q)\} \leftrightarrow (p \vee r)$.....(def. \$)

$\equiv \{(\sim p \wedge r) \leftrightarrow (p \vee r)$..................(def. \$)

$\equiv \{(\sim p \wedge r) \wedge (p \vee r)] \vee \sim [(\sim p \wedge r) \vee (p \vee r)]$

............*(bicondicional)*

$\equiv [\sim p \wedge (r \wedge (p \vee r))] \vee [(p \wedge \sim r) \wedge (\sim p \wedge \sim r)]$

........................*(Morgan)*

$\equiv (\sim p \wedge r) \vee [((p \vee \sim r) \wedge \sim r) \wedge \sim p]$ ...(absorción)

$\equiv \sim p \wedge (r \vee \sim r)$..........................(distributiva)

$\equiv (\sim p \wedge r) \vee (\sim r \wedge \sim p)$.....................(absorción)

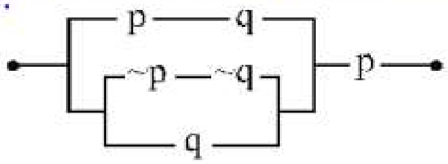
$\equiv \sim p \wedge V$..................................(tercio excluido)

$\equiv \sim p$

RPTA : "D"

PROBLEMA 58 :

Hallar la proposición que representa el siguiente circuito :



A) $p \wedge \sim q$ B) $p \wedge q$ C) $p \rightarrow q$ D) $p \vee \sim q$ E) $p \Delta q$

RESOLUCIÓN :

* Simbolizando , el circuito lógico se obtiene :

$$\{(p \wedge q) \vee [\underbrace{(\sim p \wedge \sim q) \vee q}]\} \wedge p$$

* Por la absorción :

$$\{ (p \underbrace{\wedge q) \vee (\sim p \vee q}_{}) \} \wedge p$$

* Asociando convenientemente

$$\{ [\underbrace{(p \wedge q) \vee q]}_{} \vee \sim p \} \wedge p$$

* Por la absorción : $(q \vee \sim p) \wedge p \equiv q \wedge p$

RPTA : "B"

PROBLEMA 59 :

Si se define $p * q$, por la tabla :

p	q	$p * q$
V	V	V
V	F	V
F	V	F
F	F	V

Simplificar : $M = \{ [(\sim p * q) * p] \rightarrow (q * p) \}$

A) $p \vee q$
B) $p \rightarrow q$
C) $p \wedge q$
D) $\sim p \vee \sim q$
E) p

RESOLUCIÓN :

* Analizando los resultados de $(p * q)$, y tratando de relacionarlo con algún conectivo lógico conocido , llegaremos a que : $p * q = q \rightarrow p$

* Luego reemplazando en «M» , se tendrá :

$$M = \{ [q \rightarrow \sim p) * p] \rightarrow (p \rightarrow q) \}$$
$$M = \{ [p \rightarrow (q \rightarrow \sim p)] \rightarrow (p \rightarrow q) \}$$

* Aplicando *4* veces la condicional :

$$M = \{\sim \underbrace{[\sim p \vee (\sim q \vee \sim}_{} p)] \vee (\sim p \vee q)\}$$
$$M = \{ \underbrace{\sim [\sim p \vee \sim q}_{MORGAN}] \vee (\sim p \vee q) \}$$
$$M = \{ \underbrace{(p \wedge q) \vee \sim p \vee q}_{Asociado} \}$$
$$M = \{ \underbrace{(p \wedge q) \vee q}_{Absorcion} \vee \sim p \}$$
$$M = q \vee \sim p = \sim p \vee q = p \rightarrow q$$

RPTA : "B"

PROBLEMA 60:

Negación del siguiente enunciado :

« Si Luis es aceptado por Lila , se casará» , es

A) Si Luis no es aceptado por Lila , no se casará
B) Luis no es aceptado por Lila o no se casará
C) Luis no se casará o es aceptado por Lila
D) Luis no se casará y es aceptado por Lila
E) Más de una es correcta.

RESOLUCIÓN :

p : Luis es aceptado por Lila.

q : Se casará. **CONDICIONAL**

* Piden : $\sim(p \rightarrow q) \equiv \sim(\sim p \vee q)$

$\equiv p \wedge \sim q$........*(Morgan y doble negación)*

$\equiv \sim q \wedge p$........*(Conmutatividad)*

* Luego *:* Luis no se casará y es aceptado por Lila

RPTA : "D"

OJO :

En problemas de tipo literal ; es bueno que observes las alternativas , para así planear un camino a seguir.

PROBLEMA 61 :

Si : « Juan está melancólico porque vive alejado de su familia »

Al negar el enunciado anterior , su equivalente es :

A)No es cierto que, Juan vive alejado de su familia porque no está melancólico
B)Juan vive alejado de su familia y está melancólico
C)Juan no está melancólico y vive alejado de su familia
D)Juan está melancólico pero no vive alejado de su familia
E) Más de una es correcta

RESOLUCIÓN :

p : Juan está melancólico

q : Vive alejado de su familia

* Formalizando la condición indirecta : $q \rightarrow p$

* Piden la negación :

$\sim(q \rightarrow p) \equiv \sim(\sim q \vee p)$............(Condicional)

$\equiv q \wedge \sim p$.....................(Morgan y doble negación)

* Luego *:* « Juan está melancólico pero no vive alejado de su familia»

RPTA : "D"

PROBLEMA 62:

El enunciado : « Ni eres artistas de cine ni estrella del fútbol » , su forma negada equivale a :

A) No es cierto que seas artista de cine y estrella del fútbol
B) Eres artista de cine y estrella de fútbol.
C) No eres artista de cine o no eres estrella del fútbol
D)Eres artista de cine o estrella del fútbol.
E) Eres artista de cine o no eres estrella del fútbol.

RESOLUCIÓN:

p : eres artista de cine

q : eres estrella del fútbol

* Formalizando primero la binegación:

$$\sim p \wedge \sim q$$

* Piden su forma negada :

$\sim (\sim p \wedge \sim q)$................ *Morgan*

$\equiv p \vee q$

* Luego *:* «Eres artista de cine o estrella del fútbol »

RPTA : "D"